Richtlinien
zur Veröffentlichung der Aufgaben der ersten Runde im Internet

Um eine weite Verbreitung der Aufgaben der ersten Runde der Mathematik-Olympiade zu erreichen und die Arbeit der Organisatoren zu erleichtern, kann eine Veröffentlichung der Aufgaben im Internet während der Bearbeitungszeit hilfreich sein. Diese Veröffentlichung kann nicht vor, sondern erst nach Wettbewerbsende auf der Webseite des Mathematik-Olympiaden e.V. erfolgen, da der Verein nicht Ausrichter der ersten Runde ist und sonst die ausdrücklich nicht erwünschte Möglichkeit besteht, dass Einsendungen an den Verein bzw. die Geschäftsstelle erfolgen, die dort nicht bearbeitet werden können.
Die Aufgaben dürfen vom Schuljahresbeginn bis zum Beginn der zweiten Runde lokal auf der Webseite des Veranstalters der ersten Runde (z. B. Schulhomepage) zum Download angeboten werden, wenn die nachfolgend aufgeführten Rahmenbedingungen beachtet werden.

(1) Auf der Webseite des Veranstalters muss klar zum Ausdruck kommen:
   - wer der Ausrichter des Wettbewerbs ist,
   - wer teilnahmeberechtigt ist,
   - bei wem die Lösungen abzugeben sind,
   - wann der Abgabeschluss für die Lösungen ist,
   - wie über das Ergebnis informiert wird,
   - dass eine Diskussion der aktuellen Wettbewerbsaufgaben in Internetforen untersagt ist.

   Ein Muster ist unten abgedruckt.

(2) Nach Ende der ersten Runde müssen die Aufgaben von der Webseite des Veranstalters entfernt und durch einen Link auf die Webseite des Mathematik-Olympiaden e.V. ersetzt werden:
   https://www.mathematik-olympiaden.de

(3) Die Lösungen dürfen zu keiner Zeit im Netz veröffentlicht werden.

Beispiel für eine Homepage, von der die Aufgaben der ersten Runde heruntergeladen werden können:

1. Runde der Mathematik-Olympiade 2020
an der xy-Schule in AB-Stadt

Der Wettbewerb richtet sich an alle Schülerinnen und Schüler der Olympiadeklassen 5 bis 12 unserer Schule.

Die Aufgaben können bei den Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern in gedruckter Form abgeholt oder hier (Link) heruntergeladen werden.

Lösungen können bis zum ??.??.2020 bei den Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern (alternativ z.B. bei Herrn Müller im Lehrerzimmer) abgegeben werden.

Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhalten am ??.??.2020 das Ergebnis durch Aushang am Informationsbrett.

Erfolgreiche Teilnehmerinnen und Teilnehmer qualifizieren sich für die 2. Runde der Mathematik-Olympiade, die am 11.11.2020 als Regionalrunde in Pi-Stadt stattfinden wird.

Eine Diskussion der aktuellen Wettbewerbsaufgaben in Internetforen ist untersagt.

Olympiadeklasse **5**

60. Mathematik-Olympiade
1. Runde (Schulrunde)
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

600511

Anna hat bis 18:00 Uhr Zeit, ihre Hausaufgaben anzufertigen. Sie beginnt um 15:55 Uhr und meint, dass sie ihre Aufgaben in 90 Minuten schaffen wird.

Aber: Um 16:30 Uhr kommt ihre Freundin Lena vorbei. Zunächst reden die Mädchen zwanzig Minuten miteinander, dann bekommen sie ein schlechtes Gewissen und stürzen sich beide auf die Hausaufgaben. Sie schaffen es, eine Viertelstunde konzentriert zu arbeiten, dann muss Lena nach Hause. Nach weiteren zehn Minuten setzt sich Anna wieder an die Hausaufgaben.

Wird Anna mit ihren Hausaufgaben bis 18:00 Uhr fertig, wenn sie wirklich 90 Minuten benötigt?

600512

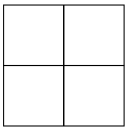
Ruth holt jeden Morgen Brötchen vom Bäcker. Die Bäckerei verkauft unter anderem drei Sorten Brötchen: Mohnbrötchen, Kaisersemmeln und Vollkornbrötchen.

(1) Am Montag kauft Ruth von jeder Sorte ein Brötchen und bezahlt 1,55 €.
(2) Am Dienstag kauft sie drei Mohnbrötchen und je eine Kaisersemmel und ein Vollkornbrötchen für insgesamt 2,65 €.
(3) Am Mittwoch kauft Ruth dann ein Mohnbrötchen und drei Vollkornbrötchen, gibt 2,50 € aus und bekommt 9 ct zurück.

Wie viel kostet jede der drei Brötchensorten?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

600513



Max und Moritz basteln an einem Spiel für die Mathe-AG. Die Spielsteine sind quadratisch und werden in vier gleich große Quadrate eingeteilt (siehe Abbildung).

Die vier kleinen Quadrate werden jeweils mit einer Farbe ausgemalt.

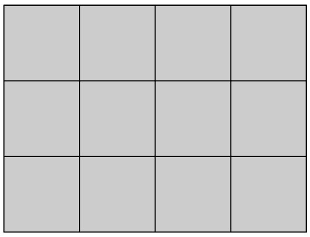
Spielsteine, die nach einer Drehung so aussehen wie ein anderer von ihnen, gelten als gleich.

a) Zuerst haben sie nur die Farben Rot und Blau zum Ausmalen, sie müssen aber nicht beide Farben für jeden Spielstein verwenden.
   Wie viele verschiedene Spielsteine können sie so herstellen?
b) Max nimmt noch Gelb dazu. Wie viele verschiedene Spielsteine können sie nun herstellen, wenn auf jedem Spielstein alle drei Farben vorkommen sollen?
c) Moritz möchte auch noch Grün verwenden. Er will nun vierfarbige Spielsteine anmalen. Wie viele verschiedene Spielsteine kann er herstellen?

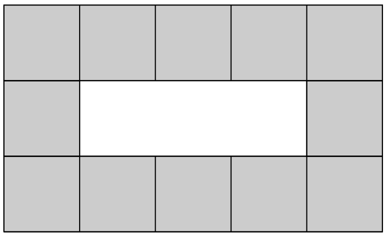
600514

Aus quadratischen Plättchen sollen Rechtecke und Rechteckringe gelegt werden.

Aus 12 Plättchen kann man zum Beispiel ein Rechteck der Größe 4×3 oder einen Rechteckring der Größe 5×3 wie abgebildet legen.



Rechteck aus 12 Plättchen



Rechteckring aus 12 Plättchen

Für die Rechtecke soll gelten: Die Rechteckfläche wird jeweils vollständig mit den Plättchen ausgefüllt.

Für die Rechteckringe soll gelten: Jeder Rechteckring hat die Ringdicke von einem Plättchen und im Inneren soll es eine Fläche geben, die nicht mit Plättchen ausgelegt wird.

Rechtecke bzw. Rechteckringe werden nicht als verschieden angesehen, wenn sie durch Drehung auseinander hervorgehen.

a) Aus 36 Plättchen sollen Rechtecke gelegt werden.
   Ermittle die verschiedenen Größen der möglichen Rechtecke.
b) Nun sollen aus 24 Plättchen Rechteckringe gelegt werden. Ermittle die verschiedenen Größen der möglichen Rechteckringe.
c) Wie viele verschiedene Rechtecke und wie viele verschiedene Rechteckringe können entstehen, wenn man jeweils 60 Plättchen verwendet?

60. Mathematik-Olympiade
1. Runde (Schulrunde)
Lösungen

600511 Lösung — *10 Punkte*

Die Angaben im Text lassen sich übersichtlich in einer Tabelle darstellen. Dabei muss die Dauer aus den angegebenen Uhrzeiten bzw. die fehlende Uhrzeit aus der angegebenen Dauer berechnet werden.

Uhrzeit	Dauer (min)	Tätigkeit
15:55–16:30	35	Hausaufgaben
16:30–16:50	**20**	Reden mit Lena
16:50–17:05	**15**	Hausaufgaben
17:05–17:15	**10**	Verabschiedung
17:15–**18:00**	45	Hausaufgaben

Die Zeitangaben aus dem Text sind fett gedruckt.

Anna kann sich also bis 18 Uhr $(35 + 15 + 45 =)$ 95 min lang mit ihren Hausaufgaben beschäftigen. Wenn sie tatsächlich 90 min benötigt, wird sie rechtzeitig um 17:55 Uhr fertig.

600512 Lösung — *10 Punkte*

Am Dienstag kauft Ruth gegenüber Montag zwei Mohnbrötchen mehr und bezahlt (2,65 € − 1,55 € =) 1,10 € mehr. Also kosten zwei Mohnbrötchen 1,10 € und ein Mohnbrötchen (1,10 € : 2 =) 0,55 €.

Am Mittwoch bezahlt Ruth (2,50 € − 0,09 € =) 2,41 €. Davon kostet das Mohnbrötchen 0,55 €, also kosten die drei Vollkornbrötchen (2,41 € − 0,55 € =) 1,86 €. Folglich kostet ein Vollkornbrötchen (1,86 € : 3 =) 0,62 €.

Am Montag hatte Ruth jeweils ein Brötchen jeder Sorte gekauft. Folglich kostet eine Kaisersemmel (1,55 € − 0,55 € − 0,62 € =) 0,38 €.

Die Preise sind also:

Mohnbrötchen 0,55 €, Kaisersemmel 0,38 €, Vollkornbrötchen 0,62 €.

600513 Lösung — *10 Punkte*

Teil a) Die Spielsteine können jeweils komplett mit einer der Farben Rot (1) und Blau (2) ausgemalt werden; so erhält man 2 Spielsteine (A und B).

Rot und Blau kann jeweils einmal pro Stein verwendet werden und die anderen drei Felder haben jeweils die andere Farbe. So erhält man wieder 2 Spielsteine (C und D).

Wenn Rot und Blau jeweils für zwei Felder eingesetzt werden, unterscheiden sich die Spielsteine nach einem Vertauschen der beiden Farben nicht mehr. Es reicht also, die Farbe Rot zu betrachten und die Farbe Blau zu ergänzen. Die beiden roten Felder können nebeneinander liegen oder sie liegen auf der Diagonalen. Man erhält wieder 2 Spielsteine (E und F).

Insgesamt können 6 Spielsteine mit zwei Farben ausgemalt werden.

A	1	1	B	2	2	C	1	2	D	2	1	E	1	2	F	1	2
	1	1		2	2		2	2		1	1		2	1		1	2

Teil b) Rot sei wieder Farbe 1, Blau sei Farbe 2 und Gelb sei Farbe 3 in den folgenden Abbildungen.

Da alle drei Farben vorkommen müssen und es vier Felder sind, muss eine Farbe jeweils zweimal vorkommen. Dafür gibt es 3 Möglichkeiten. Die gleichfarbigen Felder können nun nebeneinander liegen oder entlang der Diagonalen.

Wenn die gleichen Farben nebeneinander liegen, dann gibt es für die beiden anderen Farben jeweils zwei Möglichkeiten für die Anordnung. So ergeben sich folgende sechs Möglichkeiten:

1	1		1	1		2	2		2	2		3	3		3	3
3	2		2	3		3	1		1	3		2	1		1	2

Wenn die gleichen Farben diagonal angeordnet sind, dann gibt es die folgenden 3 Möglichkeiten:

1	2		2	1		3	1
3	1		3	2		2	3

Insgesamt können Max und Moritz $(6+3=)\,9$ verschiedene Spielsteine mit den Farben Rot, Blau und Gelb ausmalen.

Teil c) Wir legen für ein Feld die Farbe Rot (1) fest. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann es das Feld links oben sein, da durch Drehung keine neuen Spielsteine entstehen. Dann kann im Uhrzeigersinn eine der anderen drei Farben folgen. Das sind drei verschiedene Möglichkeiten. Die beiden restlichen Farben können jeweils in zwei verschiedenen Anordnungen folgen.

Max und Moritz können folgende sechs verschiedene Spielsteine herstellen:

1	2		1	2		1	3		1	3		1	4		1	4
3	4		4	3		2	4		4	2		2	3		3	2

Hinweis für a), b) und *c)*:

Die Begründungen werden von den Schülern nicht erwartet. Sie sind eine Möglichkeit, die Korrektur der Schülerlösungen zu vereinfachen.

Teil a) Die Zahl 36 hat die Teilermenge $T_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$. Folglich lässt sich 36 auf die folgenden fünf verschiedenen Weisen in zwei Faktoren zerlegen:

$$36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6.$$

Daher lassen sich die 36 Plättchen in Rechtecke mit den fünf folgenden verschiedenen Größen legen: 1×36, 2×18, 3×12, 4×9 und 6×6.

Teil b) Jeder Rechteckring, der a Plättchen lang und b Plättchen breit ist, besteht aus $2a + 2b - 4$ Plättchen, weil die vier Eckplättchen nicht doppelt gezählt werden dürfen.

Für Rechteckringe, die aus 24 Plättchen bestehen, gilt folglich $2a + 2b = 28$ und daher $a + b = 14$.

Da bei jedem Rechteckring im Inneren eine freie Fläche entstehen soll, müssen die Länge und die Breite jeweils mindestens 3 Plättchen betragen.

Daraus ergeben sich die fünf folgenden möglichen Größen für einen derartigen Rechteckring: 3×11, 4×10, 5×9, 6×8 und 7×7.

Teil c) Die Teilermenge der Zahl 60 ist $T_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$ und folglich ist die Zerlegung von 60 in zwei Faktoren auf sechs verschiedene Arten möglich: $60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$. Daher lassen sich die 60 Plättchen in Rechtecke mit sechs verschiedenen Größen legen.

Entsprechend den Überlegungen aus b) muss für jeden Rechteckring $2a + 2b = 64$ und daher $a + b = 32$ gelten. Da $a > 2$ und $b > 2$ gelten muss, können die Rechteckringe genau die Größen von 3×29, 4×28, 5×27 usw. bis 16×16 haben. Es gibt also 14 verschiedene Größen für einen Rechteckring aus 60 Plättchen.

Hinweis: Auch die systematische Auflistung aller Größen ist als Lösungsweg möglich.

Punktverteilungsvorschläge

Die nachstehenden Angaben zur Punktverteilung sowohl für die gesamten Aufgaben als auch für die Teillösungen sind Empfehlungen für die Ausrichter des Wettbewerbs und sollen einer einheitlichen Bewertung dienen. Dies vereinfacht für die Schülerinnen und Schüler ein Nachvollziehen der Bewertung und ermöglicht für die Organisatoren Vergleiche zum Zweck der Entscheidung über die Teilnahme an der nächsten Runde.

Bei der Vielfalt der Lösungsvarianten ist es nicht möglich, Vorgaben für jede Variante zu machen; das Korrekturteam möge aus den Vorschlägen ableiten, welche Vergabe dem in der Schülerlösung gewählten Ansatz angemessen ist. Dabei können auch Lösungsansätze, die angesichts der Aufgabenstellung sinnvoll erscheinen, aber noch nicht erkennen lassen, ob sie wirklich zu einer Lösung führen, einige Punkte erhalten.

Abweichungen von den Vorschlägen müssen von den Ausrichtern des Wettbewerbs ausreichend bekannt gemacht werden. Es wird aber empfohlen, zumindest den prozentualen Anteil der Punkte für Teillösungen beizubehalten.

Aufgabe 600511	*Insgesamt: 10 Punkte*
Korrektes Ergebnis	5 Punkte
Korrekte Herleitung	5 Punkte

Aufgabe 600512	*Insgesamt: 10 Punkte*
Korrektes Ergebnis	3 Punkte
Korrekte Herleitung	7 Punkte

Aufgabe 600513	*Insgesamt: 10 Punkte*
Teil a)	4 Punkte
Teil b)	3 Punkte
Teil c)	3 Punkte

Aufgabe 600514	*Insgesamt: 10 Punkte*
Teil a) Richtige Größenangaben	3 Punkte
Teil b) Richtige Größenangaben	3 Punkte
Teil c) Herleitung und korrekte Anzahlen (2 Punkte + 2 Punkte =)	4 Punkte