

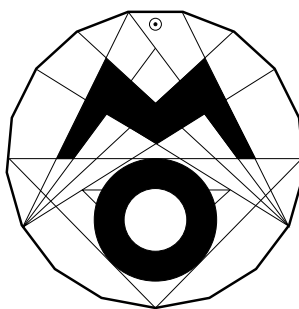
# Hinweis

Diese Datei darf nur an Ausrichtende dieser 2. Runde der Mathematik-Olympiade weitergeleitet werden. Aufgaben und Lösungen sind bis zu den Wettbewerbsterminen geheim zu halten. Wegen möglicher abweichender Termine an bestimmten Wettbewerbsorten ist bis zum offiziellen Freischaltungstermin auf der Internetseite des Mathematik-Olympiaden e.V. (Olympiadeklassen 3–4: 01.04., Olympiadeklassen 5–12: 01.12.) jeder Verbreitung außerhalb der eigenen Wettbewerbsdurchführung unbedingt entgegenzuwirken.

<http://www.mathematik-olympiaden.de>

Auch eine spätere auszugsweise oder vollständige Veröffentlichung ist nicht zulässig. Das schließt insbesondere das Internet mit ein. Über Ausnahmen entscheidet der Mathematik-Olympiaden e.V. auf Antrag an den 1. Vorsitzenden, Herrn Prof. Dr. Jürgen Prestin.

[prestin@math.uni-luebeck.de](mailto:prestin@math.uni-luebeck.de)





600621 Lösung

10 Punkte

Teil a) Chris war mit seinem Hamster wegen (3) nicht am Donnerstag in der Praxis, wegen (1) auch nicht am Mittwoch und wegen (4) nicht am Dienstag; also war er am Montag dort.

**Chris war mit dem Hamster am Montag in der Praxis.**

Teil b) Anton hat wegen (1) keinen Vogel, und wegen (3) keinen Hamster. Da die Katze wegen (4) am Dienstag in der Praxis war, muss er den Hund haben.

**Anton war mit dem Hund am Mittwoch in der Praxis.**

Teil c) Dana hat wegen (2) keine Katze, wegen (3) keinen Hamster, und den Hund hat schon Anton. Deshalb muss Dana den Vogel haben. Wegen (4) war am Dienstag die Katze in der Praxis, so bleibt für den Vogel nur noch der Donnerstag übrig.

**Dana war mit dem Vogel am Donnerstag in der Praxis.**

Für Bea bleiben nun nur noch die Katze und der Dienstag übrig.

**Bea war mit der Katze am Dienstag in der Praxis.**

600622 Lösung

10 Punkte

Das Hotel hat sechs Stockwerke und daher Zimmernummern, die kleiner als 700 sind.

Sei  $z$  die Zimmernummer und  $n$  die Zahl, die durch 3, 5 und 7 teilbar ist, dann gilt  $z = n + 3 + 5 + 7 = n + 15$ .

Die Zahl  $n$  soll durch 3, 5 und 7 teilbar sein; da diese drei Zahlen teilerfremd sind, muss  $n$  durch ihr Produkt, also durch 105, teilbar sein. Mit anderen Worten,  $n$  muss ein Vielfaches von 105 sein.

Geht man die verschiedenen Möglichkeiten durch, so erhält man:

$n$	$z$	Quersumme $Q(z)$	Bedingungen erfüllt?
105	120	3	Nein
210	225	9	Nein
315	330	6	Ja
420	435	12	Nein
525	540	9	Nein
630	645	15	Nein

Die Zimmernummer ist also eindeutig bestimmt, und es handelt sich um das Zimmer 330.

Teil a) Wenn Lena zunächst auf jeden Muffin fünf Schokolinsen legt, hat sie noch fünf Schokolinsen übrig, sodass sie damit auf fünf Muffins je eine weitere Linse legen kann. Nun hat Lena alle Schokolinsen verbraucht. Nach der zweiten Aussage im Aufgabentext bleiben ihr noch acht Muffins übrig, die nur fünf anstatt sechs Schokolinsen haben. Folglich hat Lena  $(5 + 8 =)$  13 Muffins gebacken.

Alternative: Die Anzahl der zu verzierenden Muffins sei  $n$ . Dann hat Lena einerseits  $5n + 5$  und andererseits  $6n - 8$  Schokolinsen. Das Lösen der Gleichung  $5n + 5 = 6n - 8$  liefert die Lösung  $n = 13$ . Lena hat 13 Muffins gebacken.

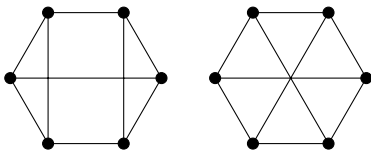
Teil b) Das Problem lässt sich über sinnvolles Probieren in Form einer Tabelle lösen:

Anzahl Muffins mit weißer Schokolade	Anzahl Muffins mit dunkler Schokolade	Anzahl Muffins mit Zitronenguss	Gesamtzahl Muffins
1	$(2 \cdot 1 =) 2$	$(2 - 4)$ nicht möglich	
2	$(2 \cdot 2 =) 4$	$(4 - 4 =) 0$	$(2 + 4 + 0 =) 6$
3	$(2 \cdot 3 =) 6$	$(6 - 4 =) 2$	$(3 + 6 + 2 =) 11$
4	$(2 \cdot 4 =) 8$	$(8 - 4 =) 4$	$(4 + 8 + 4 =) 16$
5	$(2 \cdot 5 =) 10$	$(10 - 4 =) 6$	$(5 + 10 + 6 =) 21$
<b>6</b>	$(2 \cdot 6 =) \mathbf{12}$	$(12 - 4 =) \mathbf{8}$	$(6 + 12 + 8 =) \mathbf{26}$

Da die Gesamtzahl der Muffins jeweils um 5 größer wird bei einer Erhöhung der Anzahl der Muffins mit weißer Schokolade um 1, gibt es nur die einzige Lösung: Anna bestreicht 8 Muffins mit Zitronenguss.

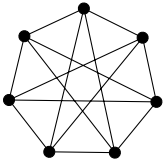
Alternative: Die Anzahl der Muffins mit weißer Schokolade sei  $w$ . Dann gibt es  $2w$  Muffins mit dunkler Schokolade und  $2w - 4$  Muffins mit Zitronenguss und folglich insgesamt  $w + 2w + 2w - 4 = 26$  Muffins. Die Gleichung  $w + 2w + 2w - 4 = 26$  kann vereinfacht werden zu  $5w - 4 = 26$  und liefert die Lösung  $w = 6$ , woraus sich die gesuchte Anzahl von Muffins mit Zitronenguss zu  $(2 \cdot 6 - 4 =) 8$  ergibt.

Teil a) Zwei mögliche Diagramme sind dargestellt (Punkte bedeuten Leute, Strecken die jeweilige Freundschaftsbeziehung):



Teil b) Wenn jede der sieben Frauen je drei Freundinnen hätte und da jede dieser Freundschaften doppelt abgezählt wird, wären das insgesamt  $(\frac{7 \cdot 3}{2} =) 10,5$  Beziehungen, was ersichtlich Unsinn ist.

Teil c) Ein solches Beziehungsdiagramm kann so aussehen:



## Punktverteilungsvorschläge

Die nachstehenden Angaben zur Punktverteilung sowohl für die gesamten Aufgaben als auch für die Teillösungen sind Empfehlungen für die Ausrichter des Wettbewerbs und sollen einer einheitlichen Bewertung dienen. Dies vereinfacht für die Schülerinnen und Schüler ein Nachvollziehen der Bewertung und ermöglicht für die Organisatoren Vergleiche zum Zweck der Entscheidung über die Teilnahme an der nächsten Runde.

Bei der Vielfalt der Lösungsvarianten ist es nicht möglich, Vorgaben für jede Variante zu machen; das Korrekturteam möge aus den Vorschlägen ableiten, welche Vergabe dem in der Schülerlösung gewählten Ansatz angemessen ist. Dabei können auch Lösungsansätze, die angesichts der Aufgabenstellung sinnvoll erscheinen, aber noch nicht erkennen lassen, ob sie wirklich zu einer Lösung führen, einige Punkte erhalten.

Abweichungen von den Vorschlägen müssen von den Ausrichtern des Wettbewerbs ausreichend bekannt gemacht werden. Es wird aber empfohlen, zumindest den prozentualen Anteil der Punkte für Teillösungen beizubehalten.

<u>Aufgabe 600621</u>	<u>Insgesamt: 10 Punkte</u>
Teil a) Herleitung und Ergebnis .....	3 Punkte
Teil b) Herleitung und Ergebnis .....	3 Punkte
Teil c) Herleitung und Ergebnis .....	4 Punkte

<u>Aufgabe 600622</u>	<u>Insgesamt: 10 Punkte</u>
Korrekte Herleitung inklusive Eindeutigkeitsnachweis .....	8 Punkte
Angabe des korrekten Ergebnisses .....	2 Punkte
Angabe von „330“ mit Probe, aber ohne Eindeutigkeit .....	4 Punkte

<u>Aufgabe 600623</u>	<u>Insgesamt: 10 Punkte</u>
Teil a) Herleitung und Ergebnis .....	4 Punkte
Teil b) Herleitung und Ergebnis .....	6 Punkte

<u>Aufgabe 600624</u>	<u>Insgesamt: 10 Punkte</u>
Teil a) Diagramm .....	3 Punkte
Teil b) Herleitung und Ergebnis .....	4 Punkte
Teil c) Diagramm .....	3 Punkte