Hinweis

Diese Datei darf nur an Ausrichtende dieser 2. Runde der Mathematik-Olympiade weitergeleitet werden. Aufgaben und Lösungen sind bis zu den Wettbewerbsterminen geheim zu halten. Wegen möglicher abweichender Termine an bestimmten Wettbewerbsorten ist bis zum offiziellen Freischaltungstermin auf der Internetseite des Mathematik-Olympiaden e.V. (Olympiadeklassen 3–4: 01.04., Olympiadeklassen 5–12: 01.12.) jeder Verbreitung außerhalb der eigenen Wettbewerbsdurchführung unbedingt entgegenzuwirken.

`http://www.mathematik-olympiaden.de`

60. Mathematik-Olympiade
2. Runde (Regionalrunde)
Lösungen

600721 Lösung *10 Punkte*

Teil a) Da Bauer Schmitz für 15 Milchkühe und für 10 Tage 300 kg Kraftfutter benötigt, benötigt er für eine Woche, also 7 Tage, genau $\frac{7}{10}$ dieser Menge für 15 Milchkühe und $\frac{10}{15}$ davon für 10 Milchkühe. Wegen $\frac{10}{15} \cdot \frac{7}{10} \cdot 300\,\text{kg} = 140\,\text{kg}$ benötigt er also für 10 Milchkühe pro Woche genau 140 kg Kraftfutter.

Teil b) Da nach 60 Tagen vormittags die 5 Milchkühe des Nachbarn hinzukommen und Bauer Schmitz dann das Dreifache seines Kraftfuttervorrats hinzukauft, überlegen wir erst, wie viel Kraftfutter er an diesem Vormittag vor dem Zukauf hat. Da bis dahin genau 60-mal mit Kraftfutter gefüttert wurde und er einen Vorrat für 75 Tage hatte, hat er für seine 15 Milchkühe vor dem Kauf noch einen Vorrat für genau $(75\,\text{d} - 60\,\text{d} =)$ 15 Tage. Da er die dreifache Menge hinzukauft, hat er dann einen Vorrat an Kraftfutter, der für 15 Milchkühe genau $(4 \cdot 15\,\text{d} =)$ 60 Tage reicht. Da er dann aber auch $(15 + 5 =)$ 20 Kühe hat, reicht der Vorrat für diese Kühe wegen $\frac{15}{20} \cdot 60\,\text{d} = 45\,\text{d}$ dann noch genau für 45 Tage.

600722 Lösung *10 Punkte*

I. Es sei n die Anzahl der teilnehmenden Vereinsmitglieder. Nach den Angaben der Aufgabenstellung ist n kleiner als 100. Da bei der Aufstellung in Dreierreihen, Viererreihen und Sechserreihen jeweils ein Vereinsmitglied übrig bleibt, hat n den Rest 1 bei Division durch 3, durch 4 und durch 6. Daher ist $n - 1$ durch 3, 4 und 6 und folglich durch 12 teilbar. Wegen $n < 100$ folgt daher $n \in \{1, 13, 25, 37, 49, 61, 73, 85, 97\}$. Da die Aufstellung in Fünferreihen vollständig aufgeht, ist n durch 5 teilbar. Daher folgt $n \in \{25, 85\}$.

II. Bei 25 teilnehmenden Vereinsmitgliedern bleibt wegen $25 = 3 \cdot 8 + 1 = 4 \cdot 6 + 1 = 6 \cdot 4 + 1 = 5 \cdot 5$ beim Antreten in Dreier-, Vierer- und Sechserreihen tatsächlich jeweils ein Vereinsmitglied übrig, während die Aufstellung in Fünferreihen tatsächlich vollständig aufgeht. Zudem widerspricht die Anzahl von 25 teilnehmenden Vereinsmitgliedern nicht der Aussage, dass der Verein nicht mehr als 100 Mitglieder hat.

Ebenso zeigt man, dass auch die Anzahl von 85 teilnehmenden Vereinsmitgliedern nicht den Angaben widerspricht.

Aus I. und II. folgt: Vom Verein haben entweder 25 oder 85 Mitglieder am Turnfest teilgenommen.

600723 Lösung *10 Punkte*

Erste Lösung: Nach Aufgabenstellung gilt

$$|\sphericalangle BAC| = \alpha\,, \quad |\sphericalangle CBA| = \beta\,, \quad |\sphericalangle ACB| = \gamma\,, \quad |\sphericalangle ADC| = \delta\,, \quad |\sphericalangle DCA| = \varepsilon\,. \qquad (4)$$

Wegen der Voraussetzung (2) ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit der Basis $\overline{AB}$. Nach dem Basiswinkelsatz gilt daher $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle CBA|$. Wegen (4) folgt hieraus

$$\beta = \alpha\,. \tag{5}$$

Aus (3) und (4) folgt

$$\gamma = \varepsilon. \tag{6}$$

Teil a) Nach dem Innenwinkelsatz für Dreiecke gilt $|\sphericalangle BAC| + |\sphericalangle CBA| + |\sphericalangle ACB| = 180°$. Wegen (4) folgt $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Nach Aufgabenstellung gilt $\alpha = 67°$. Hieraus und aus (5) folgt $\beta = 67°$.

Aus $\alpha = 67°$, $\beta = 67°$ und $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ folgt $67° + 67° + \gamma = 180°$, also $\gamma = 46°$.

Nach dem Innenwinkelsatz für Dreiecke gilt $|\sphericalangle CBD| + |\sphericalangle DCB| + |\sphericalangle BDC| = 180°$. Wegen (1) ist der Punkt A ein Punkt auf der Strecke $\overline{BD}$, der wegen (3) von den Punkten B und D verschieden ist. Daher ist der Punkt A ein innerer Punkt der Strecke $\overline{BD}$. Folglich gelten $|\sphericalangle CBD| = |\sphericalangle CBA|$, $|\sphericalangle DCB| = |\sphericalangle DCA| + |\sphericalangle ACB|$ und $|\sphericalangle BDC| = |\sphericalangle ADC|$. Wegen (4) folgt daher $\delta + (\gamma + \varepsilon) + \beta = 180°$. Hieraus und aus (6) folgt $\delta + 2 \cdot \gamma + \beta = 180°$. Daher gilt $\delta = 180° - \beta - 2 \cdot \gamma$.
Aus dieser Gleichung sowie aus $\beta = 67°$ und $\gamma = 46°$ folgt $\delta = 180° - 67° - 2 \cdot 46°$ und daher $\delta = 21°$.

Teil b) Wie in Teil a) folgt $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Nach Aufgabenstellung gilt $\alpha = 4 \cdot \gamma$. Wegen (5) folgt $\beta = 4 \cdot \gamma$. Aus $\alpha = 4 \cdot \gamma$, $\beta = 4 \cdot \gamma$ und $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ folgt $4 \cdot \gamma + 4 \cdot \gamma + \gamma = 180°$. Hieraus folgt $9 \cdot \gamma = 180°$ und daher $\gamma = 20°$.

Aus $\alpha = 4 \cdot \gamma$ und $\gamma = 20°$ folgt $\alpha = 80°$. Hieraus und aus (5) folgt $\beta = 80°$.

Wie in Teil a) folgt $\delta = 180° - \beta - 2 \cdot \gamma$. Hieraus und aus $\beta = 80°$ und $\gamma = 20°$ folgt $\delta = 180° - 80° - 2 \cdot 20°$ und daher $\delta = 60°$.

Teil c) Wie in Teil a) folgt aus (1) und (3), dass der Punkt A ein innerer Punkt der Strecke $\overline{BD}$ ist. Daher ist der Winkel $\sphericalangle BAC$ ein Außenwinkel des Dreiecks ACD. Nach dem Außenwinkelsatz für Dreiecke folgt daher $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle DCA| + |\sphericalangle ADC|$. Wegen (4) folgt $\alpha = \delta + \varepsilon$.

Wegen $\alpha = \delta + \varepsilon$ und (6) gilt $\alpha = \delta + \gamma$. Da nach Aufgabenstellung $\delta = \gamma$ gilt, folgt $\alpha = 2 \cdot \gamma$.

Wie in Teil a) folgt $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Wegen (5) und $\alpha = 2 \cdot \gamma$ folgt $2 \cdot \gamma + 2 \cdot \gamma + \gamma = 180°$. Hieraus folgt $5 \cdot \gamma = 180°$ und daher $\gamma = 36°$. Hieraus und aus $\alpha = 2 \cdot \gamma$ folgt $\alpha = 72°$.

Zweite Lösung: Nach Aufgabenstellung gilt

$$|\sphericalangle BAC| = \alpha\,, \quad |\sphericalangle CBA| = \beta\,, \quad |\sphericalangle ACB| = \gamma\,, \quad |\sphericalangle ADC| = \delta\,, \quad |\sphericalangle DCA| = \varepsilon\,. \tag{4}$$

Wir sammeln zuerst Beziehungen zwischen den Winkelgrößen, um dann die Teilaufgaben schnell lösen zu können:

Wegen der Voraussetzung (2) ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit der Basis $\overline{AB}$. Nach dem Basiswinkelsatz gilt daher $|\sphericalangle CBA| = |\sphericalangle BAC|$. Wegen (4) gilt daher

$$\beta = \alpha\,. \tag{5}$$

Nach dem Innenwinkelsatz für Dreiecke gilt $|\sphericalangle BAC| + |\sphericalangle CBA| + |\sphericalangle ACB| = 180°$. Wegen (4) folgt hieraus $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Hieraus folgt $\gamma = 180° - \alpha - \beta$. Hieraus und aus (5) folgt

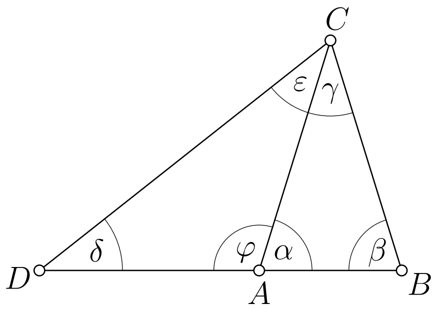
$$\gamma = 180° - 2 \cdot \alpha\,. \tag{6}$$

Wegen (3) und (4) gilt $\varepsilon = \gamma$. Hieraus und aus (6) folgt

$$\varepsilon = 180° - 2 \cdot \alpha\,. \tag{7}$$

Wegen (1) und (3) ist der Punkt A innerer Punkt der Strecke $\overline{BD}$. Folglich ist der Winkel $\sphericalangle CAD$ ein Nebenwinkel des Winkels $\sphericalangle BAC$. Nach dem Nebenwinkelsatz gilt daher $|\sphericalangle CAD| = 180° - |\sphericalangle BAC|$. Es sei φ die Größe des Winkels $\sphericalangle CAD$, siehe Abbildung L 600723. Wegen (4) folgt daher

$$\varphi = 180° - \alpha\,. \tag{8}$$



L 600723

Nach dem Innenwinkelsatz für Dreiecke gilt $|\sphericalangle CAD| + |\sphericalangle DCA| + |\sphericalangle ADC| = 180°$. Wegen (4) und $|\sphericalangle CAD| = \varphi$ folgt hieraus $\varphi + \varepsilon + \delta = 180°$. Daraus folgt $\delta = 180° - \varphi - \varepsilon$. Wegen (7) und (8) folgt hieraus durch Einsetzen $\delta = 180° - (180° - \alpha) - (180° - 2 \cdot \alpha)$. Durch Auflösen der Klammern und durch Zusammenfassen folgt hieraus

$$\delta = 3 \cdot \alpha - 180°\,. \tag{9}$$

Teil a) Nach Aufgabenstellung gilt $\alpha = 67°$. Hieraus und aus (6) folgt $\gamma = 180° - 2 \cdot 67°$ und daher $\gamma = 46°$.

Aus $\alpha = 67°$ und (9) folgt $\delta = 3 \cdot 67° - 180°$ und daher $\delta = 21°$.

Teil b) Nach Aufgabenstellung gilt $\alpha = 4 \cdot \gamma$. Hieraus und aus (6) folgt $\gamma = 180° - 8 \cdot \gamma$. Hieraus folgt $9 \cdot \gamma = 180°$ und daher $\gamma = 20°$. Hieraus und aus $\alpha = 4 \cdot \gamma$ folgt $\alpha = 4 \cdot 20°$, also $\alpha = 80°$.

Aus $\alpha = 80°$ und (9) folgt $\delta = 3 \cdot 80° - 180°$ und daher $\delta = 60°$.

Teil c) Nach Aufgabenstellung gilt $\gamma = \delta$. Hieraus und aus (9) folgt $\gamma = 3 \cdot \alpha - 180°$. Hieraus und aus (6) folgt $3 \cdot \alpha - 180° = 180° - 2 \cdot \alpha$. Daraus folgt $5 \cdot \alpha = 360°$ und daher $\alpha = 72°$.

Aus $\alpha = 72°$ und (6) folgt $\gamma = 180° - 144°$ und daher $\gamma = 36°$.

600724 Lösung *10 Punkte*

Das erste Würfelgebäude besteht aus genau $(1 + 3 =)$ 4 Würfeln. Beim Übergang zum nächstfolgenden Würfelgebäude kommen immer genau 3 Würfel in der in der Abbildung gezeigten Anordnung hinzu. Folglich besteht das n-te Würfelgebäude aus genau $3 \cdot n + 1$ Würfeln.

Teil a) Das 5. Würfelgebäude besteht nach obiger Vorbemerkung aus genau $(3 \cdot 5 + 1 =)$ 16 Würfeln. Das 2 020. Würfelgebäude besteht aus genau $(3 \cdot 2\,020 + 1 =)$ 6 061 Würfeln.

Teil b) Nach obiger Vorbemerkung und wegen $3 \cdot 673 + 1 = 2\,020$ besteht das 673. Würfelgebäude aus genau 2 020 Würfeln.

Teil c) Die Anzahl aller Würfel der ersten 60 Würfelgebäude erhält man durch die Addition der Zahlen $3 \cdot 1 + 1$, $3 \cdot 2 + 1$, $3 \cdot 3 + 1$ bis $3 \cdot 60 + 1$. Das sind 60 Summanden. Wir addieren den ersten und den letzten Summanden, den zweiten und den vorletzten Summanden und so weiter bis zur Summe aus $3 \cdot 30 + 1$ und $3 \cdot 31 + 1$. Da bei jeder dieser 30 Teilsummen der kleinere Summand um 3 größer als in der vorherigen Teilsumme, der größere Summand aber um 3 kleiner als in der vorherigen Teilsumme ist, ist jede der Teilsummen gleich der ersten, also $(4 + 181 =)$ 185. Folglich werden für den gleichzeitigen Aufbau der ersten 60 Würfelgebäude genau $(30 \cdot 185 =)$ 5 550 Würfel benötigt.

Teil d) Für jede positive ganze Zahl n hat die Zahl $10^n - 1$ in der Dezimaldarstellung als Ziffern nur n-mal die Ziffer 9 und ist daher durch 3 teilbar. Folglich ist die Zahl m mit $m = (10^n - 1) : 3$ eine positive ganze Zahl und es gilt $10^n = 3 \cdot m + 1$. Nach den Vorbemerkungen existiert daher für jede positive ganze Zahl n ein Würfelgebäude, das aus 10^n Würfeln besteht, nämlich das m-te Würfelgebäude mit $m = (10^n - 1) : 3$.

Allgemeine Hinweise zur Korrektur

Stand: 9. November 2020

Die nachstehenden Angaben zur Punkteverteilung sowohl für die gesamten Aufgaben als auch für die Teillösungen sollen einer bayernweit einheitlichen Bewertung dienen. Dies vereinfacht für die Schülerinnen und Schüler ein Nachvollziehen der Bewertung und erleichtert die Vergleiche zum Zweck der Entscheidung über die Teilnahme an der Landesrunde.

Diese Punkteverteilungsvorschläge wurden bayernspezifisch einheitlich für die Olympiadeklassen 7–10 erstellt und konkretisieren die vom MO-Verein erstellten Punkteverteilungsvorschläge, die deshalb nicht mehr beigefügt werden.

Grundsätzliches

- Für jede vollständig gelöste Aufgabe werden 10 Punkte vergeben.
- Die Vergabe von halben Punkten ist nicht vorgesehen.

  (Auch nicht, wenn sich mehrere halbe Punkte am Ende zu ganzen Punkten addieren.)
- Soweit nicht anders angegeben, sind die Punkte für Teillösungen additiv.
- Punkte für Teillösungen aus verschiedenen Lösungsvarianten sind nicht additiv. Stattdessen wird das Maximum genommen.
- Ein Teilnehmer erhält für Teillösungen nur Punkte, wenn diese zu einem Ansatz gehören, der zielführend ist. Komplexere durchgeführte Rechnungen in einem Ansatz, der falsch oder nicht zielführend ist, bringen grundsätzlich keine Punkte!
- Punkte für Teillösungen bleiben auch dann erhalten, wenn die nachfolgenden Teile fehlen oder gravierende Fehler enthalten.
- Im Grundsatz sollen für einen kleinen Fehler oder eine kleine Lücke in einer Begründung ein oder zwei Punkte abgezogen werden, bei einem größeren Fehler oder einer größeren Lücke dann drei bis sechs Punkte abgezogen werden. Bei mehreren Fehlern oder Lücken addieren sich diese Fehlpunkte.
- Von großer Wichtigkeit ist die logische Vollständigkeit der Argumentation.
- Wird durch fehlende Benennungen in Figuren oder durch große Sprünge in der Argumentation die Korrektur wesentlich erschwert, so sollen dafür Punkte abgezogen werden.

Bei der Vielfalt der Lösungsvarianten ist es nicht möglich, Vorgaben für jede Variante zu machen. Gleichwohl hat das Korrekturhinweis-Team des MOBy e.V. versucht, die Vorschläge für die Punktvergabe und Punkteabzüge möglichst detailliert zu formulieren um eine einheitliche Korrektur insgesamt zu erleichtern.

Für Fragen zur Bewertung, deren Antwort aus den Punkteverteilungsvorschlägen nicht eindeutig hervorgeht, erreichen Sie das Korrekturhinweis-Team unter `korrekturhinweise@mo-by.de`. Ebenfalls freut sich das Korrekturhinweis-Team über Rückmeldung zu den Vorschlägen (sowohl positive als auch negative).

Punktverteilungsvorschlag 60. MO 2. Runde
Jahrgangsstufe 7

Stand: 9. November 2020

Aufgabe 600721 — *Insgesamt: 10 Punkte*

Aufteilung der Punkte auf die Teilaufgaben:
a) 4 Punkte
b) 6 Punkte

Punkte für Teillösungen

Teillösung		Teilpunkte
a)	Angabe der richtigen Lösung (140 kg bzw. konsistent mit sonstigen Fehlern)	1
a)	Erkennen der Umrechnungsfaktoren (Multiplikation mit $\frac{7}{10}$ für Tage, $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ für Kühe)	je 1
a)	Korrektes Durchführen der Rechnung	1
oder		
a)	Angabe der richtigen Lösung	1
a)	Angabe des Zwischenergebnisses: Angabe der Futtermenge (2 kg) für 1 Kuh und 1 Tag oder Erwähnung als Zwischenergebnis	1
a)	Richtige Umrechnung von gegebenen Daten auf 1 Kuh und 1 Tag	1
a)	Richtige Umrechnung von 1 Kuh und 1 Tag auf Lösung	1
b)	Angabe der richtigen Lösung (45 Tage bzw. konsistent mit sonstigen Fehlern)	1
b)	Erkennen der Rechnung, wie lange das Futter am Morgen noch reicht (75 – 60 Tage)	1
b)	Erkennen der Umrechnungsfaktoren (4 für Futtermenge, $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ für zusätzliche Kühe)	je 1
b)	Korrektes Durchführen aller Rechnungen	2
oder		
b)	Angabe der richtigen Lösung	1
b)	Rechnung, wie viel Futter am Morgen noch da ist (1 800kg)	2
b)	Umrechnung der Futtermenge für 1 Tag und 20 Kühe (40kg)	2
b)	Korrektes Herleiten des Ergebnisses	1

Allgemeine Anmerkungen

Es sind zwei Lösungswege denkbar (direkte Umrechnung wie in der Musterlösung oder erst Umrechnen auf 1 Kuh und 1 Tag in Teil a und Weiterverarbeitung dieses Ergebnisses in b). Punkte für Teillösungen sind je nach Schülerlösung nur nach einem der beiden Bewertungsschemata zu vergeben. Ansonsten ist das Bewertungsschema additiv.

Beispiele für Punktabzüge

Fehler und Fehlerbeispiele		**Begründung für den Abzug**	**Abzug**
a)	Umrechnung auf „10 Kühe und 10 Tage“ oder „15 Kühe und 1 Woche“	falsch bearbeitet	-2
a)	Ausschließlich Angabe des Endergebnisses ohne Begründung	Nachweis fehlt	-3
a)	Nur Umrechnung auf 1 Kuh und 1 Tag	unvollständig	-2
a)	2 kg pro Kuh und Tag „fällt vom Himmel“	Nachweis fehlt	-1
b)	Keine Berücksichtigung von verstrichener Zeit, zusätzlichen Kühen oder zusätzlichen Futters	falsch bearbeitet	je -2
b)	Ausschließlich Angabe des Endergebnisses ohne Begründung	Nachweis fehlt	-5
allg.	Fälschlicherweise Division statt Multiplikation oder Angabe der Kehrwerte der Umrechnungsfaktoren	Denkfehler	je -1
allg.	Rechenfehler (max. entsprechend Punktzahl für korrekte Rechnung)		je -1

n ist die Anzahl der Vereinsmitglieder.

Punkte für Teillösungen

Teillösung	Teilpunkte
Angabe der Lösungen (25 und 85 bzw. konsistent mit sonstigen Fehlern)	1
Mathematische Formulierung der gegebenen Informationen (Teilbarkeit bzw. Rest, in Worten oder Symbolen)	2
Umformulierung Rest $\rightarrow$ Teilbarkeit ($n-1$ durch 3, 4, 6 teilbar)	1
Erkenntnis, dass der Lösungsraum durch Teilbarkeitsinformation eingeschränkt werden kann	1
Erkennen der Teilbarkeit von $n-1$ durch $\mathrm{kgV}(3,4,6)=12$	1
Korrekte Einschränkung des Lösungsraums durch Ausnutzen der Teilbarkeit durch 5 bzw. 12	je 1
Verdeutlichung, dass die gefundenen Lösungen allen Bedingungen genügen (Probe)	2

Allgemeine Anmerkungen

- Alle Punkte in obigem Bewertungsschema sind additiv.
- Die Bemerkung, dass $n-1$ durch 3, 4 und 6 teilbar ist, kann auch direkt erfolgen (ohne Umweg über den Rest).
- Es ist auch möglich, dass die Einschränkung des Lösungsraums durch Teilbarkeitsinformationen nur teilweise oder nicht in der gezeigten Form durchgeführt wird. Die Punkte sind dann trotzdem zu vergeben, wenn die gleiche Einschränkung durch andere Methoden (z.B. Probieren) erreicht wird. Erfolgt die Einschränkung teilweise (oder ganz. . .) durch Probieren, so ist pro Rechenfehler ein Punkt abzuziehen (max. bis zur Punktzahl der ausgelassenen Schritte).
- Die Aufgabe ist auch durch eine riesige Tabelle lösbar. Es müssen 100 Zahlen aufgeschrieben und systematisch getestet werden. Dieser Lösungsweg ist nicht prinzipiell ausgeschlossen.

Beispiele für Punktabzüge

Fehler und Fehlerbeispiele	**Begründung für den Abzug**	**Abzug**
Formulierung falscher Teilbarkeiten bzw. Reste ohne wesentliche Vereinfachung (z.B. $n+1$ durch 3, 4, 6 teilbar)	Denkfehler	-2
Formulierung falscher Teilbarkeiten bzw. Reste mit wesentlicher Vereinfachung (z.B. $n-1$ durch $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$ teilbar)	Denkfehler, unzulässige Vereinfachung	-4
Angabe nur einer Lösungsmöglichkeit durch implizite Eindeutigkeitsannahme (z.B. Abbruch der Probe, nachdem 25 als Lösung bestätigt wurde)	unzulässige Annahme	-2
Probe fehlt	Nachweis unvollständig	-2
Probe sehr schlampig (z.B. „die Probe bestätigt die Lösung“ ohne weitere Kommentare) oder unvollständig (z.B. $n < 100$ nicht berücksichtigt, nur eine Lösungsmöglichkeit erwähnt)	Nachweis unvollständig	-1
Ausschließlich Angabe des richtigen Endergebnisses (25 und 85) ohne Begründung	Nachweis fehlt	-9
Ausschließlich Angabe des richtigen Endergebnisses und Durchführung der Probe	Nachweis grob unvollständig	-7

Aufteilung der Punkte auf die Teilaufgaben:
a) 4 Punkte
b) 3 Punkte
c) 3 Punkte

Punkte für Teillösungen

Teillösung		Teilpunkte
a)	Begründung für $\alpha = \beta$	1
	Winkelsumme im Dreieck ABC	1
	Ausrechnen von γ aus den bekannten Informationen	1
	Ausrechnen von δ über die Winkelsumme im Dreieck DBC	1
b)	Einsetzen von $\alpha = 4\gamma$ in die Beziehungen aus a)	1
	Auflösen/Ausrechnen von α	1
	Ausrechnen von δ über Dreieck DBC	1
c)	Finden einer zweiten Beziehung zwischen γ und α	1
	Reduzieren auf eine Gleichung mit nur einem Winkel	1
	Ausrechnen von α und γ	1

Allgemeine Anmerkungen

- Alle Punkte in obigem Bewertungsschema sind additiv.
- Gleichungen ohne Begründung geben keinen Punkt.
- In Teil c) gibt es noch weitere Möglichkeiten, eine zweite Information zu erhalten. Ein Beispiel ist die Beziehung $3\gamma + \alpha = 180°$ aus der Innenwinkelsumme im Dreieck DBC durch Einsetzen von $\delta = \gamma = \epsilon$ und $\alpha = \beta$.
- Werden Beziehungen aus anderen Teilaufgaben verwendet, so ist kenntlich zu machen, dass sie übergreifend gelten (beispielsweise durch „analog zu a)“, „wie in a)“ oder Nummerieren von Gleichungen). Es genügt, wenn dies in einer der übrigen Teilaufgaben geschieht oder durch die Art des Aufschriebs klar zwischen globalen und lokalen Beziehungen getrennt wird.
- Fehlt eine Begründung für eine korrekte Beziehung, ist ein späteres Zitieren dieser Aussage trotzdem erlaubt (nicht zweimal Punktabzug für die selbe Lücke).

Beispiele für Punktabzüge

Fehler und Fehlerbeispiele		**Begründung für den Abzug**	**Abzug**
allg.	$\alpha = \beta$ wird global festgestellt und verwendet, aber nicht begründet	Lücke	-1 bei a
allg.	$\alpha = \beta$ wird in allen Teilaufgaben implizit verwendet, aber nicht begründet	Lücke, fehlender Verweis	-2 (-1 in a, -1 in b)
allg.	Durch einen Rechenfehler wird eine falsche Gleichung aufgestellt, die nicht leichter lösbar ist	Rechenfehler	-1
allg.	Es werden zusätzlich zur korrekten Lösung noch korrekte, unnötige Beziehungen aufgestellt	unnötig, aber nicht falsch	-0

Aufgabe 600723 (Fortsetzung)

Fehler und Fehlerbeispiele		**Begründung für den Abzug**	**Abzug**
a) **b)**	Die Gleichung $2\alpha + \gamma = 180°$ wird unbegründet aufgestellt ... und in b) ohne Verweis verwendet	Lücken: Winkelsumme, Begründung $\alpha = \beta$	-2 -1
b)	Es wird $\alpha = 67°$ angenommen	Aufgabenstellung falsch gelesen	-3
b)	Völlig falsche Gleichungen führen auf das richtige Ergebnis	Fehler, fehlende/falsche Begründung	-3
b)	α wurde falsch berechnet. δ ist entsprechend folgefalsch	Rechenfehler, Folgefehler	-1
b)	In einer eigentlich korrekten Lösung gibt es falsche Berechnungen zu weiteren Winkeln, die die Argumentation unklar werden lassen	Argumentation unklar	Je nach Schwere -1 oder -2
c)	Es wird eine falsche zweite Beziehung aufgestellt, die das Problem stark vereinfacht	Fehler, unzulässige Vereinfachung	-3
c)	Es werden (viele) korrekte Beziehungen zwischen Hilfswinkeln hergestellt, die aber der Lösung nicht näherkommen	nicht zielführend	-3
c)	Es werden nur Ergebnisse angegeben	Begründung fehlt	-3

Aufgabe 600724 *Insgesamt: 10 Punkte*

Aufteilung der Punkte auf die Teilaufgaben:
a) 2 Punkte
b) 2 Punkte
c) 3 Punkte
d) 3 Punkte

Punkte für Teillösungen

	Teillösung	Teilpunkte
a)	Berechnung der Anzahl der Würfel des 5. Würfelgebäudes	1
	Berechnung der Anzahl der Würfel des 2020. Würfelgebäudes	1
b)	Zielführender Ansatz, z.B. durch Aufstellen einer Gleichung	1
	Ermitteln der Lösung n=673	1
c)	Angabe der Summe	1
	Idee des kleinen Gauß	1
	Korrektes Resultat 5550	1
d)	Ansatz, z.B. eine Gleichung	2
	Umsetzung des Ansatzes	1

Allgemeine Anmerkungen

- Die kommentarlose Angabe einer Lösungszahl ist noch keinen Punkt wert. Für die Vergabe von Punkten müssen zumindest noch Lösungsansätze angegeben oder die Korrektheit der Lösung gezeigt werden.
- Auf die explizite Angabe eines Antwortsatzes (in b) und c)) kann verzichtet werden, wenn die Herleitung durch saubere Formulierungen/Definitionen klar erkennbar ist.
- Das Bewertungsschema ist additiv.

Beispiele für Punktabzüge

	Fehler und Fehlerbeispiele	Begründung für den Abzug	Abzug
a)	Es wird nur ein Resultat angegeben.	Begründung fehlt	- 1 pro Ergebnis
a)	korrekter Ansatz, aber falsches Resultat	Rechenfehler	- 1 pro Ergebnis
b)	Ansatz fehlend oder nicht zielführend	Fehlende bzw. falsche Strategie!	- 2
b)	Die Lösung wird nur durch (unsystematisches) Probieren gefunden. Es wird aber nicht gezeigt, dass sie das Gewünschte leistet.	Fehlender Nachweis der geforderten Eigenschaften	- 1
b)	Es wird keine Aussage, aus dem die Lösung ($3 \cdot 673 + 1 = 2020$) hervorgeht, angegeben.	Fehlende Stellungnahme!	- 1
c)	Es werden korrekt alle 60 Summanden aufaddiert.	Lösung wenig elegant, aber OK.	- 0
c)	Es werden alle 60 Summanden aufaddiert, dabei aber Fehler gemacht	Rechenfehler	- 1 pro Fehler

Fehler und Fehlerbeispiele		**Begründung für den Abzug**	**Abzug**
c)	Es wird die Anzahl der Würfel für das 60. Würfelgebäude berechnet.	Aufgabenstellung beachten!	-3
d)	Es wird lediglich mit „Ja“ geantwortet.	In der Aufgabenstellung heißt es „untersuche“.	-3
d)	Es werden nur einzelne n betrachtet.	große Lücke	-2
d)	Es fehlt das Argument, dass $10^n - 1$ durch 3 teilbar ist.	Lücke	-1
d)	Es wird ein falscher Ansatz gemacht.	Falsche Strategie!	-3