



© 2022 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

620521

Für eine Theateraufführung teilen sich die Kinder Amelie, Lara, Felix und Carlo die Rollen der Großmutter, des Rotkäppchens, des Wolfes und des Jägers untereinander auf.

In dem Stück muss das Kind, welches die Rolle des Rotkäppchens spielt, den meisten Text lernen. Für die Rolle der Großmutter muss man am wenigsten Text lernen.

Die Lehrerin will wissen, welches Kind welche Rolle spielen wird.

Die Kinder verraten:

- (1) Lara wird keine männliche Rolle spielen.
 - (2) Amelie wird nicht die Rolle eines Tieres spielen.
 - (3) Der Jäger wird von einem Jungen gespielt.
 - (4) Lara muss am wenigsten Text lernen.
 - (5) Felix wollte auf keinen Fall jemanden spielen, der jemand anderen frisst.
- a) Untersuche, ob die Lehrerin aus diesen Angaben eindeutig bestimmen kann, welches Kind welche Rolle spielt.
 - b) Untersuche, ob alle Aussagen der Kinder wirklich gebraucht werden.

620522

Gesucht sind alle Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Zahl ist vierstellig.
- (2) Die Zahl ist durch 4 und durch 5 teilbar.
- (3) Die Summe der Tausender- und der Hunderterziffer ist gleich der Summe aus Zehner- und Einerziffer.
- (4) Das Doppelte der Zahl ist wieder eine vierstellige Zahl.

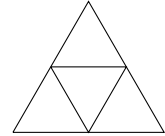
Gib die Zahlen der Größe nach geordnet an.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

620523

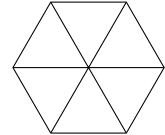
Es sind viele gleich große gleichseitige Dreiecke gegeben.

Vier dieser Dreiecke kann man zu einem größeren gleichseitigen Dreieck zusammenlegen (siehe Abbildung).



- a) Wie viele Dreiecke benötigt man jeweils, um die nächsten drei größeren gleichseitigen Dreiecke zu legen?

Sechs der Dreiecke kann man zu einem Sechseck zusammenlegen (siehe Abbildung).



- b) Wie viele Dreiecke benötigt man jeweils, um die nächsten zwei größeren Sechsecke zu legen?

620524

Ella und Justus wollen für ein Klassenfest Saft und Kekse einkaufen. Dafür haben sie 20 Euro zur Verfügung. Sie möchten gern 5 Flaschen Apfelsaft und 5 Flaschen Orangensaft kaufen. Das restliche Geld würde dann noch genau für zwei Packungen Kekse reichen.

Leider gibt es heute keinen Apfelsaft. Daher kaufen die Kinder 10 Flaschen Orangensaft. Da der Orangensaft aber pro Flasche 10 Cent teurer ist als der Apfelsaft, bleibt ihnen nun nur noch Geld für eine Packung Kekse, und sie erhalten 1,80 Euro Wechselgeld.

- a) Ermittle den Preis für eine Packung Kekse.
b) Ermittle den Preis für eine Flasche Apfelsaft.



620521 Lösung

10 Punkte

Teil a) Aus (4) folgt, dass Lara die Großmutter spielt, weil diese Rolle den wenigsten Text hat. Daraus und aus (2) und (3) folgt, dass Amelie nur das Rotkäppchen spielen kann, weil sie kein Tier spielen möchte, der Jäger von einem Jungen gespielt wird und Lara schon die Großmutter spielt.

Die Verteilung der Rollen des Jägers und des Wolfes auf die Jungen kann aus (5) bestimmt werden: Felix möchte nicht den Wolf spielen, und deshalb spielt Felix den Jäger. Der Wolf wird von Carlo dargestellt.

Die Lehrerin kann also die Rollen der Kinder eindeutig zuordnen.

Teil b) Wie in a) gezeigt, werden allen Kindern durch die Aussagen (2), (3), (4) und (5) ihre Rollen zugewiesen. Deswegen wird (1) nicht benötigt.

620522 Lösung

10 Punkte

Mit $THZE$ wird die vierstellige Zahl dargestellt (Tausenderstelle, Hunderterstelle, Zehnerstelle, Einerstelle).

In der Lösungsdarstellung bedeutet eine durchgestrichene Zahl, dass diese Kombination nicht möglich ist.

Aus (1) folgt, dass T nicht null sein kann.

Aus (2) folgt, dass die Zahl auf die Ziffern 00, 20, 40, 60 oder 80 enden muss.

Aus (3) folgt $T + H = Z + E$.

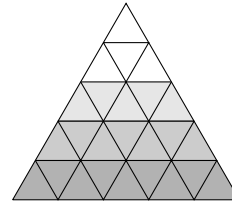
Aus (4) folgt, dass T kleiner als 5 sein muss.

ZE	$Z + E$	TH mit $T + H = Z + E$; die durchgestrichenen Zahlen erfüllen nicht die Bedingung (1)	$THZE$; die durchgestrichenen Zahlen erfüllen nicht die Bedingung (4)
00	$0 + 0 = 0$	00	
20	$2 + 0 = 2$	20; 11; 02	1120; 2020
40	$4 + 0 = 4$	40; 31; 22; 13; 04	1340; 2240; 3140; 4040
60	$6 + 0 = 6$	60; 51; 42; 33; 24; 15; 06	1560; 2460; 3360; 4260; 5160 ; 6060
80	$8 + 0 = 8$	80; 71; 62; 53; 44; 35; 26; 17; 08	1780; 2680; 3580; 4480; 5380 ; 6280 ; 7180 ; 8080

Die folgenden 14 Zahlen erfüllen alle vier Bedingungen (der Größe nach geordnet): 1120, 1340, 1560, 1780, 2020, 2240, 2460, 2680, 3140, 3360, 3580, 4040, 4260, 4480.

Teil a) Für das nächstgrößere gleichseitige Dreieck muss das vorhandene Dreieck jeweils um eine Zeile erweitert werden. Dabei ist die neue Zeile jeweils um zwei Dreiecke größer als die vorangegangene Zeile; es ergibt sich also:

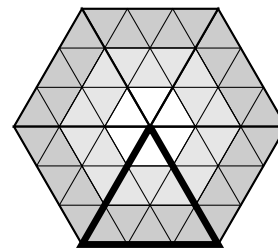
Anzahl kleiner Dreiecke		
Zeilen	neue Zeile	Gesamtdreieck
3	5	$4 + 5 = 9 (= 3^2)$
4	7	$9 + 7 = 16 (= 4^2)$
5	9	$16 + 9 = 25 (= 5^2)$



Teil b) Jedes Sechseck besteht aus sechs gleichen gleichseitigen Dreiecken.

Für das nächstgrößere Sechseck müssen jeweils sechs nächstgrößere gleichseitige Dreiecke zusammengesetzt werden.

Anzahl kleiner Dreiecke		
Ringe	Dreieck	Sechseck
2	4	$6 \cdot 4 = 24$
3	9	$6 \cdot 9 = 54$



Man kann auch in den aufgemalten Figuren die Dreiecke zählen.

Teil a) Die Kinder geben für den Saft ($5 \cdot 10 \text{ Cent} =$) 50 Cent mehr aus als ursprünglich geplant. Diese 50 Cent fehlen ihnen nun für die zweite Packung Kekse. Sie hätten nun insgesamt 20,50 € benötigt, um Saft und zwei Packungen Kekse zu kaufen.

Für die 10 Flaschen Orangensaft und eine Packung Kekse bezahlen die Kinder ($20,00 \text{ €} - 1,80 \text{ €} =$) 18,20 €. Folglich kostet jede Packung Kekse ($20,50 \text{ €} - 18,20 \text{ €} =$) 2,30 €.

Teil b) Die Kinder bezahlen ($20,00 \text{ €} - 1,80 \text{ €} =$) 18,20 €. Da eine Packung Kekse 2,30 € kostet, bezahlen sie für die 10 Flaschen Orangensaft ($18,20 \text{ €} - 2,30 \text{ €} =$) 15,90 €.

Folglich kostet eine Flasche Orangensaft ($15,90 \text{ €} : 10 =$) 1,59 € und eine Flasche Apfelsaft ($1,59 \text{ €} - 0,10 \text{ €} =$) 1,49 €.

Bemerkung: Die Ergebnisse können am ursprünglichen Einkauf kontrolliert werden:

5 Flaschen Apfelsaft hätten ($5 \cdot 1,49 \text{ €} =$) 7,45 € gekostet.

5 Flaschen Orangensaft hätten ($5 \cdot 1,59 \text{ €} =$) 7,95 € gekostet.

2 Packungen Kekse hätten ($2 \cdot 2,30 \text{ €} =$) 4,60 € gekostet.

Zusammen hätte der Einkauf ($7,45 \text{ €} + 7,95 \text{ €} + 4,60 \text{ €} =$) 20 € gekostet.